9．3　ハードウェアの基礎 （p.187）　17ME:09-19

（3年前期：航海マネジメント実験のテーマの1つ）

コンピュータで（1＋1を）計算する仕掛け ・・・ ＿＿＿＿＿＿＿

論理回路： High(1) と Low(0) （電圧など） の2つの値を
論理の「＿＿(＿＿＿＿)」と「＿＿(＿＿＿＿)」に対応させて，
演算（操作）を行う．

論理代数（ブール代数）： 論理の演算（操作）を行う数学的手法．
1847 ＿＿＿＿＿＿ が考案．

ブール代数の演算（操作）を電子回路で実現したもの

⇩

＿＿＿＿＿＿（＿＿＿＿＿＿） ＿＿＿＿＿＿で実現

9．3．1　ブール代数（Boolean algebra）と論理回路 （p.187）　09-20

論理値 （普通の代数で数値に対応する）

０ と １ の2つだけ

$$\begin{cases} 0 \rightarrow \_\_\_\_\_\_\_\_ \\ 1 \rightarrow \_\_\_\_\_\_\_\_ \end{cases}$$

論理演算（operation）

＿＿＿＿＿＿＿ ・・・ ＋ で表す
＿＿＿＿＿＿＿ ・・・ ・ で表す
＿＿＿＿＿＿＿ ・・・ ￣（変数の上に線を引く）で表す

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ ・・・ $\oplus$ で表す

＿＿＿＿＿（＿＿＿＿＿＿）：
変数の可能な組み合わせについて，式の操作（評価）結果を表にしたもの

09-21

①論理和 (OR)

$$Z = A + B$$

真理値表

A	B	Z

②論理積 (AND)

$$Z = A \cdot B$$

（‘・’ は省略することがある）

$$Z = AB$$

真理値表

A	B	Z

09-22

③論理否定 (NOT)

$$Z = \overline{A}$$

または

$$Z = \neg A$$

真理値表

A	Z

④排他的論理和 (EOR)

$$Z = A \oplus B$$

真理値表

A	B	Z

ORと
異なり
0になる.

09-23

⑤NOR

$Z = \overline{A + B}$

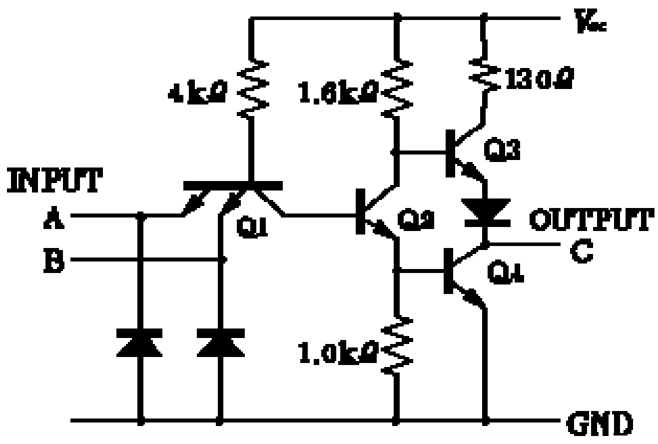
A	B	Z

⑥NAND

$Z = \overline{A \cdot B}$

A	B	Z

09-24



SN7400 （NANDゲート）　回路図

９．３．２ 論理関数（p.192）

ME:09-25

$Z = f(X_1,\ X_2,\ \cdots,\ X_n)$ ： ______________が n 個の関数.

f ： ______________(___________________)

$X_1,\ X_2,\ \cdots,\ X_n,\ Z$ ： ______________

（例）$f\,(A,\ B,\ C) = AB + \overline{C}$

09-26

ブール代数の恒等式

$A + 0 =$

$A \cdot 0 =$

$A + 1 =$

$A \cdot 1 =$

$A + A =$

$A \cdot A =$

$A + \overline{A} =$

$A \cdot \overline{A} =$

$\overline{\overline{A}} =$

09-27

ブール代数の公式

（交換則）　A ＋ B ＝
A ・ B ＝

（結合則）　A ＋（B ＋ C）＝
A ・（B ・ C）＝

（分配則）　A ・（B ＋ C）＝

____________________（de Morgan's theorem）　※ 重要

$\overline{A + B} =$

$\overline{A \cdot B} =$

09-28

論理関数の簡単化　（p.197）

〇論理関数の標準展開

論理積項の論理和（________________）
論理和項の論理積（________________）
に展開すること

↓

____

09-29

（例） $f\,(A, B, C) = \overline{AB + \overline{A}C} + \overline{C}$

$$= \overline{\overline{AB}} \cdot \overline{\overline{A}C} + \overline{C}$$

$$= AB \cdot (\overline{\overline{A}} + \overline{C}) + \overline{C}$$

$$= AB \cdot (A + \overline{C}) + \overline{C}$$

$$= AB + AB\overline{C} + \overline{C}$$

$$= \underbrace{AB + \overline{C}}_{} \qquad = \underbrace{(A + \overline{C})(B + \overline{C})}_{}$$

________________　　　________________

09-30

・__________ →　全入力変数を使った論理積で表される項
・__________ →　全入力変数を使った論理和で表される項

最小項の論理和で表された形 ・・・ ____________________
(principal disjunctive canonical form)

最大項の論理積で表された形 ・・・ ____________________
(principal conjunctive canonical form)

☆ 主加法標準形への展開

真理値表 を利用する（乗法標準形で与えられている場合は
まず加法標準形になおしてから）

（例）論理関数の主加法標準展開 ME:09-31

$$f\,(\mathrm{A, B, C}) = \mathrm{AB} + \overline{\mathrm{C}}$$

A	B	C	f			
0	0	0	$\boxed{1}$	← $\overline{\mathrm{C}}$	$\overline{\mathbf{A}}\,\overline{\mathbf{B}}\,\overline{\mathbf{C}}$	レ
0	0	1	0		$\overline{\mathrm{A}}\,\overline{\mathrm{B}}\,\mathrm{C}$	
0	1	0	$\boxed{1}$	← $\overline{\mathrm{C}}$	$\overline{\mathbf{A}}\,\mathbf{B}\,\overline{\mathbf{C}}$	レ
0	1	1	0		$\overline{\mathrm{A}}\,\mathrm{B}\,\mathrm{C}$	
1	0	0	$\boxed{1}$	← $\overline{\mathrm{C}}$	$\mathbf{A}\,\overline{\mathbf{B}}\,\overline{\mathbf{C}}$	レ
1	0	1	0		$\mathrm{A}\,\overline{\mathrm{B}}\,\mathrm{C}$	
1	1	0	$\boxed{1}$	← $\overline{\mathrm{C}}$, ← AB	$\mathbf{A}\,\mathbf{B}\,\overline{\mathbf{C}}$	レ
1	1	1	$\boxed{1}$	← AB	$\mathbf{A}\,\mathbf{B}\,\mathbf{C}$	レ

1 に対応するすべての項を書き出す

f (A, B, C) ＝

09-32

では，**主乗法標準形** への展開はどうすればよいか？

○論理関数の簡単化

関数

$$f\,(\mathrm{A, B, C}) = \overline{\mathrm{A}}\,\overline{\mathrm{B}}\,\overline{\mathrm{C}} + \overline{\mathrm{A}}\,\mathrm{B}\,\overline{\mathrm{C}} + \mathrm{A}\,\overline{\mathrm{B}}\,\overline{\mathrm{C}} + \mathrm{A}\,\mathrm{B}\,\overline{\mathrm{C}} + \mathrm{A}\,\mathrm{B}\,\mathrm{C}$$

$$= \overline{\overline{\mathrm{A}\,\mathrm{B}} + \overline{\mathrm{A}}\,\mathrm{C}} + \overline{\mathrm{C}}$$

$$= \mathrm{A}\,\mathrm{B} + \overline{\mathrm{C}}$$

※ 上の3つの式が表す関数はすべて同じ（等価）.

ある論理関数から，_____でかつ_____な形式の関数を求める

⇒ 論理関数の __________

09-33

簡単化の方法

・____________________________________

→ 公式・定理の適用を思いつかないとうまくいかない.

最簡形式(もっとも簡単な形)であるかどうか
容易には分からない.

・__________________

→ 機械的に最簡形式を求めることができる.

・ベイチ図 (Veich map)
・カルノー図 (Karnaugh map)

⇒ 論理関数の___________・_________に利用する

09-34

(例) ベイチ図

09-35

図を用いた簡単化の手順

（例）

09-36

ME:09-37

（注意） ベイチ図（カルノー図）の

上端と下端, 左端と右端 はつながっている
（ロールになっている）

〇「ドントケア」または「組み合わせ禁止」のある場合の簡単化

- ベイチ図（カルノー図）を通常どおり作成する
- ドントケアの項に “×” を記入する.
- その他は, 通常の手順でかたまりを囲む.
  （ただし, × はかたまりに含めた方が大きいかたまりになる場合は含めて囲み, それ以外で × だけ残ったものは放っておく. ）

09-38

4変数, 5変数のベイチ図

９．３．３ 組み合わせ回路と論理IC （p.197） 09-39

論理回路: 論理関数を「ゲート」（の組み合わせ）で実現するための回路.

一般に, _______記号を用いて図に表す.

○_______記号 (_______________) ・・・ 論理回路の回路図を描く

基本論理演算に対して, 記号 (symbol) が決められている.

※ 各記号は, 真理値表とともに説明済み（09-17～09-19）

09-40

○組み合わせ回路

論理ゲートの組み合わせで論理回路を構成する.

・論理回路
- ______________ （時間要素なし）
- ___________ （時間要素が入る） ・・・ クロック

（例） 論理関数を回路で構成する

$$Z = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,B\,\overline{C} + A\,\overline{B}\,\overline{C} + A\,B\,\overline{C} + A\,B\,C$$

$$= \overline{\overline{AB} + \overline{A}\,C} + \overline{C}$$

$$= AB + \overline{C}$$

09-41

（1） $Z = AB + \overline{C}$

図9－19： 論理回路の例 ・ 回路図(1)

09-42

（2） $Z = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,B\,\overline{C} + A\,\overline{B}\,\overline{C} + A\,B\,\overline{C} + A\,B\,C$

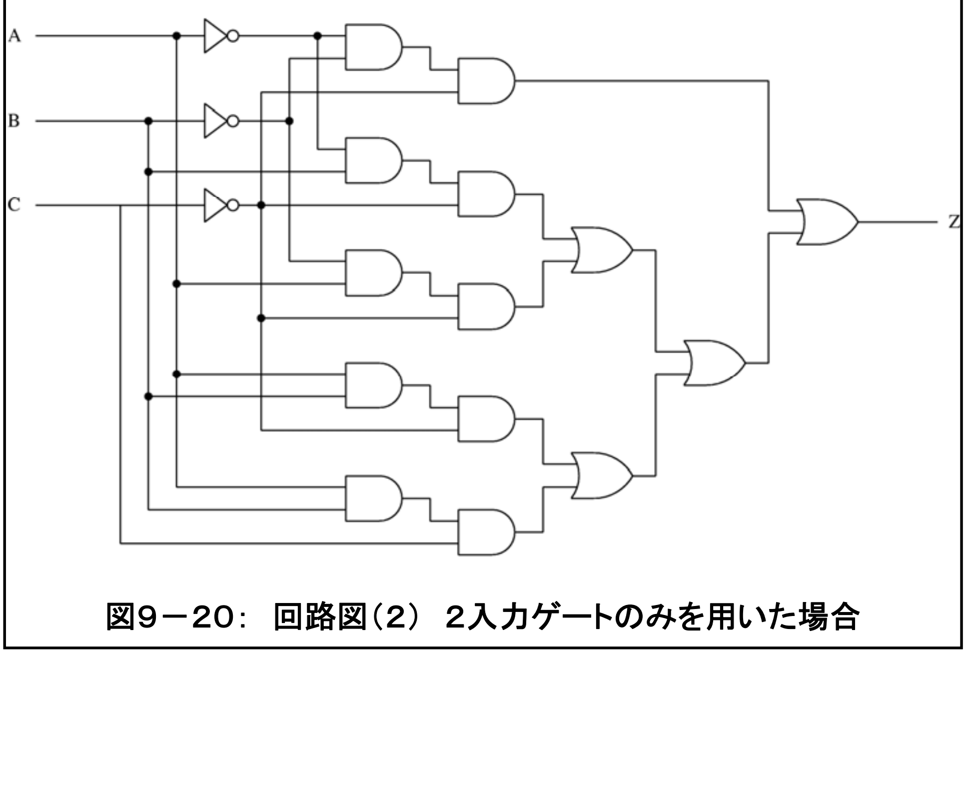


図9－20： 回路図(2) 2入力ゲートのみを用いた場合

ME:09-43

注意：上の2つの回路は全く同じ動作をする
（＝すべての入力の組み合わせに対して，同じ出力が得られる）

↓

________な論理関数を表している

論理関数の ________ ⇔ ____________で回路が実現できる

９．３．４ 簡単な演算回路 （p.199）

09-44

〇加算器 ： ２進１桁のたし算を行う回路

0 ＋ 0 ＝ 0

0 ＋ 1 ＝ 1

1 ＋ 0 ＝ 1

1 ＋ 1 ＝ 1 0

↓ ↓ ↓ ↓

$\underbrace{\text{X Y}}_{\text{入力}}$ $\underbrace{\text{C S}}_{\text{出力}}$

⇒

真理値表

X	Y	C	S
0	0		
0	1		
1	0		
1	1		

S ：和 (sum)
C ：桁上がり (carry)

09-45

論理式

S =

C =

（真理値表）

X	Y	C	S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

回路

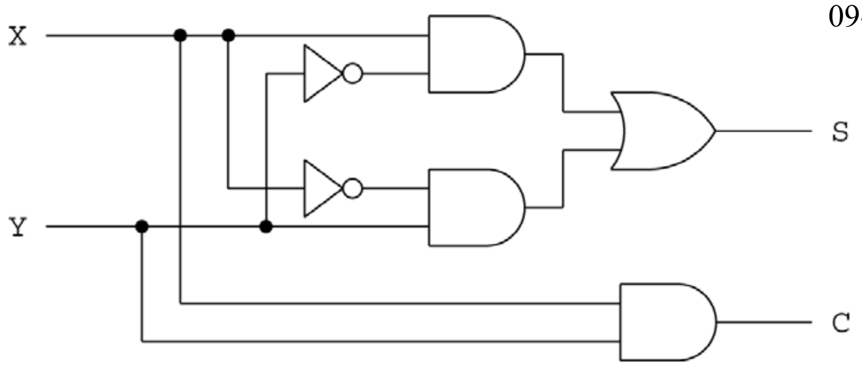
X →　　　　→ S　=>　X →　H･A　→ S

Y →　　　　→ C　　　Y →　　　　→ C

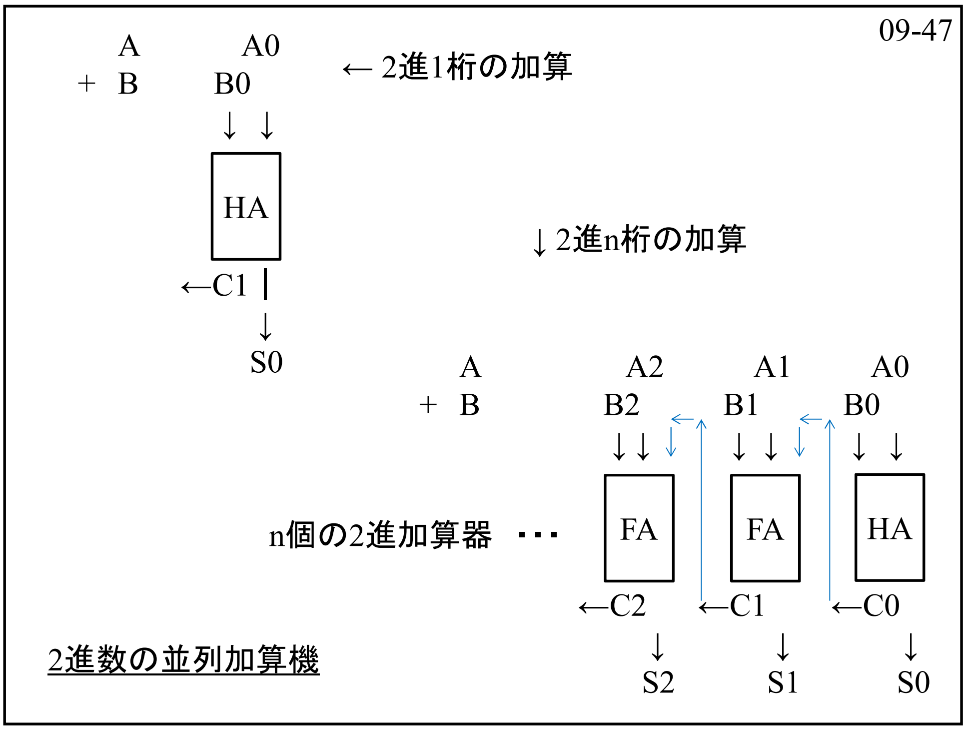
（入力）　（出力）

図： 半加算器
(half adder)

09-46



XORゲートを用いた場合：


09-47
A
+ B
A0
B0
← 2進1桁の加算
HA
←C1
S0
↓ 2進n桁の加算
A
+ B
A2
B2
A1
B1
A0
B0
n個の2進加算器 ･･･
FA
FA
HA
←C2
←C1
←C0
S2
S1
S0
2進数の並列加算機